Abteilung für
Angewandte Mathematik

Prof. Dr. D. Kröner
Dr. M. Nolte

02.06.2017

praktische Übung zur Vorlesung

Theorie und Numerik hyperbolischer Differentialgleichungen II

WS 2016/17 — Blatt 3

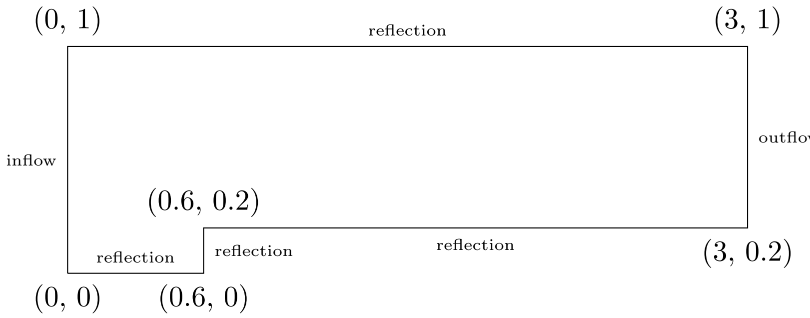
Abgabe: Freitag, den 23.06.2017, vor der praktischen Übung

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Betrachten wir die zweidimensionalen Eulergleichungen der Gasdynamik

$$\left.\begin{aligned} \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho v) &= 0, \\ \partial_t (\rho v) + \nabla \cdot (\rho v \otimes v + p) &= 0, \\ \partial_t e + \nabla \cdot \big(v(e+p)\big) &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ in } \Omega \times]0,T[$$

mit der Zustandsgleichung $p = (\gamma - 1)\left(e - \frac{\rho}{2}|v^2|\right)$ und $\gamma = 1.4$. Dabei sei $T = 4$ und das Gebiet Ω wie folgt gegeben:



Passen Sie Ihr zweidimensionales Finite-Volumen Verfahren an dieses Problem an. Verwenden Sie den lokalen Lax-Friedrichs Fluss

$$g(U_l, U_r) = \frac{f(U_l) + f(U_r)}{2} + \frac{\lambda(U_l, U_r)}{2}\,(U_l - U_r)$$

mit $U = (\rho, \rho v, e)$ und $\lambda(U_l, U_r) = \max\{|v_l| + a_l, |v_r| + a_r\}$, wobei $a = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ die Schallgeschwindigkeit bezeichnet.

Um die Randbedingungen zu implementieren, verwenden Sie einen Geisterzellenansatz. Sei T eine Zelle am Gebietsrand und sei G eine fiktive Nachbarzelle. Um den Fluss zwischen T und G zu berechnen, verwenden Sie den numerischen Fluss, wobei Sie folgenden Werte für ρ_G, v_G und p_G verwenden:

	ρ_G	v_G	p_G
inflow	1.4	3	1
outflow	ρ_T	v_T	p_T
reflection	ρ_T	$v_T - 2\,(v_T \cdot \nu)\,\nu$	p_T

Schreiben Sie die Ausgabe der einzelnen Komponenten ρ, ρv und e, sowie der primitiven Größen v und p zu dem Zeitpunkten $\frac{n}{100}$, $n = 0, \ldots, 400$ in eine VTK-Datei.