

Übung zur Vorlesung

Theorie und Numerik hyperbolischer Differentialgleichungen II

WS 2016/17 — Blatt 8

**Abgabe:** Montag, den 17.07.2017, vor der Vorlesung

**Aufgabe 1**

(4 Punkte)

Betrachten Sie die Funktion  $\Phi : ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$\Phi(w) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}w + \frac{\gamma-1}{2}}, & \text{falls } w > 1, \\ \sqrt{\gamma}, & \text{falls } w = 1, \\ \frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{1-w}{1-w^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}}, & \text{falls } w < 1. \end{cases}$$

Zeigen Sie,  $\Phi$  eine monoton wachsende, stetige Funktion mit  $\Phi(]0, \infty[) = ]0, \infty[$  ist.

**Aufgabe 2**

(8 Punkte)

Betrachten wir das sogenannte *p123*-Problem für die eindimensionalen Eulergleichungen der Gasdynamik mit der Zustandsgleichung  $p = (\gamma - 1) (e - \frac{\rho}{2} u^2)$  für  $\gamma = 1.4$ . Die Riemann-Anfangsdaten sind gegeben durch

$$(\rho_0, v_0, p_0)^T(x) = \begin{cases} (1, -2, 0.4)^T, & \text{falls } x < 0, \\ (1, 2, 0.4)^T, & \text{falls } x > 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie:

- (a) Es gibt nur einen Zwischenzustand  $(\rho_*, u_*, p_*)^T$ .
- (b) Es gilt  $p_* < p_l$ .

Benennen Sie die Elementarwellen, aus denen diese Riemann-Lösung besteht.

**Aufgabe 3**

(4 Punkte)

Führen Sie die ersten drei Schritte des Chorin-Verfahrens für das *p123*-Problem in Aufgabe 2 von Hand aus. Runden Sie dabei auf drei Nachkommastellen.