

Praktische Übung zur Vorlesung
Numerik für Differentialgleichungen
SS 2018 — Blatt 1

Abgabe: Nach Absprache mit dem Tutor, via Email an pranumdglss18@mathematik.uni-freiburg.de.

Aufgabe 1 (10 Punkte)
Wir betrachten das Anfangswertproblem

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0 \quad (1)$$

auf dem Interval $I = [t_0, T]$. Das Eulerverfahren ist gegeben durch die Vorschrift

$$\begin{aligned} y_0^h &= y_0, \\ y_{n+1}^h &= y_n^h + hf(t_n, y_n^h) \end{aligned}$$

wobei h eine gegebene Schrittweite und $t_n = t_0 + nh$ ist.

- (a) Implementieren Sie das Eulerverfahren für beliebige Differentialgleichungen der Form 1. Testen Sie ihre Programm anhand der Differentialgleichung von Blatt 1 Aufgabe 4 der Übung

$$y'(t) = y(t)(1 - y(t)), \quad y(0) = y_0$$

auf dem Interval $[0, 10]$ für verschiedene Anfangsdaten $y_0 < 0$, $0 < y_0 < 1$, $y_0 > 1$ und verschiedene Schrittweiten h . Visualisieren sie ihre Ergebnisse.

- (b) Erweitern Sie ihr Programm, so dass Sie beliebige Systeme von Differentialgleichungen der Form 1 lösen können. Testen Sie ihr Programm anhand der Differentialgleichung

$$y''(t) + ay'(t) + y(t) = 0, \quad y'(0) = v_0, \quad y(0) = 0$$

mit $a = \frac{1}{10}$, $v_0 = 1$ auf dem Interval $[0, 50]$ über verschiedene Schrittweiten. Schreiben Sie dazu obige Gleichung als ein System von DGL mit Hilfe von $y' = v$. Visualisieren Sie die Ergebnisse und vergleichen Sie diese mit der exakten Lösung

$$y(t) = \frac{v_0}{\omega} e^{-\frac{at}{2}} \sin(\omega t)$$

mit $\omega = \sqrt{1 - a^2/4}$.