Abteilung für
Angewandte Mathematik

Prof. Dr. D. Kröner
M.Sc. J. Gerstenberger

30.05.2018

Praktische Übung zur Vorlesung

Numerik für Differentialgleichungen

SS 2018 — Blatt 2

Abgabe: 08.06.2018, via Email an pranumdglss18@mathematik.uni-freiburg.de.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir betrachten das Anfangswertproblem

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0 \tag{1}$$

auf dem Interval $I = [t_0, T]$.

(a) Implementieren Sie ein Verfahren, dass zu gegebenen Butcher-Tableau das zugehörige explizite Runke-Kutta-Verfahren für Differentialgleichungen der Form (1) realisiert.
Testen Sie ihr Verfahren für das explizite Euler-Verfahren, das klassische Runge-Kutta-Verfahren und die 3/8-Regel anhand des Anfangwertproblems

$$y'(t) = -2y(t) + 5\cos(t), \quad y(0) = 2.$$

Die exakte Lösung is gegeben durch $y(t) = 2\cos(t) + \sin(t)$. Berechnen Sie für alle drei Verfahren den Approximationsfehler $|y_N - y(t_N)|$ zum Zeitpunkt $T = 10$ für Schrittweiten $h = 2^{-s}$, $s = 1, \ldots, 5$ und plotten sie ihre Ergebnisse.

(b) Das (skalierte) verallgemeinerte Räuber-Beute-Modell ist gegeben durch die Differentialgleichung

$$\dot{B} = (1 - \epsilon B)B - \frac{R}{1 + \kappa B}B$$
$$\dot{R} = \delta \frac{B}{1 + \kappa B}R - \delta R$$

mit Parametern $\delta, \epsilon, \kappa \geq 0$.
Lösen Sie das Räuber-Beute-Modell mit $\delta = 1$, $\kappa = 0.5$, $B_0 = 6$ und $R_0 = 1$ auf dem Interval $[0, 100]$ für verschiedene Werte für $\epsilon \in [0, 1]$.
Wählen Sie eine geeigetes explizites Verfahren mit einer geeigneten Zeitschrittweite aus und Begründen Sie ihre Wahl.
Stellen Sie ihre Ergebnisse in einem Phasendiagramm (B-R-Plot) da. Was können Sie zum Verhalten der Lösung für verschiedene ϵ sagen.