

Praktische Übung zur Vorlesung
Numerik für Differentialgleichungen
SS 2018 — Blatt 4

Abgabe: 06.07.2018, via Email an pranumdglss18@mathematik.uni-freiburg.de.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir betrachten das Randwertproblem

$$\begin{aligned} -u''(x) &= f(x) && \text{auf } (a, b), \\ u(a) &= u_a, \\ u(b) &= u_b \end{aligned} \tag{1}$$

- (a) Bestimmen Sie die exakte Lösung des Randwertproblems (1) mit $f(x) = 4\pi^2 \sin(2\pi x)$ auf dem Intervall $[0, 1]$ und Randwerten $u(0) = u(1) = 0$.
- (b) Implementieren Sie ein Finite-Differenzen-Verfahren für Randwertprobleme. Diskretisieren Sie dazu Gleichung (1) mit einem Differenzenverfahren 1. Ordnung (vgl. Blatt 5 Aufg. 3 der Übung) und lösen Sie das entstehende lineare tridiagonale Gleichungssystem mit einem geeigneten Verfahren (bspw. dem Thomas-Algorithmus).
- (c) Lösen Sie das Randwertproblem aus Aufgabe (a) mit Schrittweiten $h = 2^{-j}$, $j = 1, \dots, 20$, und berechnen Sie den Fehler

$$E_h = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N |u_i - u(x_i)|.$$

Stellen Sie ihre Ergebnisse graphisch da.