Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. D. Kröner
Dr. A. Korsch

23.04.2018

Übung zur Vorlesung

Numerik für Differentialgleichungen

SS 2018 — Blatt 1

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien $f, g \in C^0(\mathbb{R})$, $g(t) \neq 0$ für alle $t \in \mathbb{R}$. Sei $x_0 \in \mathbb{R}$ und

$$F(t) := \int_{t_0}^{t} f(s)ds + G(x_0)$$
$$G(x) := \int_{x_0}^{x} \frac{1}{g(s)}ds$$
$$G(x(t)) = F(t).$$

Zeigen Sie, dass dann $x(t)$ Lösung von

$$x'(t) = f(t)g(x(t)) \qquad \text{ist für } t > 0.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

In der Vorlesung hatten wir das folgende Anfangswertproblem:

$$u''(t) = a\left(1 - \frac{u'(t)}{130}\right)$$
$$u(0) = u_0$$
$$u'(0) = v_0$$

mit $a, u_0, v_0 \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie eine Lösung.
Hinweis: Betrachten Sie zunächst das Anfangswertproblem für $v := u'$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ in $C^1(\mathbb{R})$. Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem

$$u'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} u(t) \qquad \text{mit } u(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Skizzieren Sie jeweils eine Lösung der Differentialgleichung $u' = u(1-u)$ zu den folgenden Anfangsbedingungen:

(a) $u(0) < 0$,

(b) $0 < u(0) < 1$,

(c) $u(0) > 1$.

Abgabe: Montag, den 30.04.2018, vor der Vorlesung.