

Praktische Übung zur Vorlesung
Mathematische Modellierung
SS 2019 — Blatt 2

Abgabe: bis 27.05.2019, via Email an den Tutor.

Aufgabe 1 (Verkehrssimulation)

(8 Punkte)

- (a) Wir betrachten das Modell aus der Vorlesung eines fahrenden Autos auf einer geraden Strecke, welches durch die Differentialgleichung

$$\begin{aligned} u''(t) &= a \left(1 - \frac{u(t)'}{130} \right) \\ u(0) &= u_0 \\ u'(t) &= v_0 \end{aligned}$$

gegeben ist. Lösen Sie das Problem für $a = 2$, $u_0 = 0$ und $v_0 = 100$ numerisch, indem Sie ein geeignetes numerisches Verfahren dafür implementieren. Visualisieren Sie die Lösung u , indem Sie die Werte von u entlang der Achse $y = 1$ plotten.

- (b) Erweitern Sie nun ihr Programm, sodass Sie ein Modell für drei Autos behandeln können. Nun ist die Position des jeweiligen Autos zum Zeitpunkt t gegeben durch die modifizierte Differentialgleichung

$$\begin{aligned} u_i''(t) &= a_i \left(1 - \frac{u_i(t)'}{130} - \frac{d}{u_{i+1} - u_i} \right), \\ u_i(0) &= u_i, \\ u_i'(t) &= v_i, \end{aligned}$$

für $i = 1, 2$ und

$$\begin{aligned} u_3''(t) &= a_3 \left(1 - \frac{u_3(t)'}{130} \right) \\ u_3(0) &= u_3 \\ u_3'(t) &= v_3. \end{aligned}$$

Testen Sie ihr Programm für die Anfangsdaten $[u_1, v_1] = [0, 120]$, $[u_2, v_2] = [20, 160]$ sowie $[u_3, v_3] = [40, 120]$ und den Beschleunigungen $a_1 = 1.5$, $a_2 = 4$ und $a_3 = 1$. Der Mindestabstand sei $d = 80$. Visualisieren Sie die Ergebnisse in einem Plot wie in Aufgabenteil a). Beschreiben Sie ihre Ergebnisse.

- (c) Visualisieren Sie nun die Geschwindigkeiten v_i aus Aufgabenteil b) als Funktionen in der Zeit t . Vergleichen Sie diese mit den Geschwindigkeiten für die Anfangsdaten

$$\begin{aligned} [u_1, v_1] &= [0, 130], \\ [u_2, v_2] &= [20, 130], \\ [u_3, v_3] &= [40, 130], \end{aligned}$$

sowie Beschleunigungen $a_1 = a_2 = a_3 = 1$. Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse und erörtern Sie anhand des Modells, inwiefern ein Tempolimit, ein ausreichender Sicherheitsabstand sowie die Vernetzung der einzelnen Autos zu einem besseren Verkehrsfluss führen können.