Abteilung für
Angewandte Mathematik

Prof. Dr. D. Kröner
M.Sc. S. Wolff-Vorbeck

1. Juli 2019

Praktische Übung zur Vorlesung

Mathematische Modellierung

SS 2019 — Blatt 5

Abgabe: bis 15.07.2019, via Email an den Tutor.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Betrachten Sie das Randwertproblem

$$\begin{aligned} \Delta u &= f \text{ auf } \Omega_1, \\ u &= 0 \text{ auf } \partial\Omega_1, \end{aligned} \tag{1}$$

mit rechter Seite $f(r,\phi) = -\frac{7}{3}r^{-\frac{1}{3}}\sin(\frac{2\phi}{3})$ in Polarkoordinaten und $\Omega_1 = K_1(0) \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0, y < 0\}$. Berechnen Sie eine Lösung von (1), in dem Sie die Darstellung des Laplace Operators in Polarkoordinaten verwenden.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Eine Lösung des Laplace Problems

$$\Delta u = 0$$

in kartesischen Koordinaten ist gegeben durch

$$u^*(x,y) = \frac{2(y+1)}{(x+3)^2 + (1+y)^2}.$$

Berechnen Sie die Finite Elemente Approximation des Problems

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0 \text{ auf } \Omega_2, \\ u &= u^* \text{ auf } \partial\Omega_2, \end{aligned}$$

mit $\Omega_2 = [-1,1]^2 \setminus ([-1,0] \times [0,1])$.Visuallisieren Sie Ihre Ergebnisse. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit der exakten Lösung u^* auf Ω_2. Was fällt Ihnen auf?
(Zur Implementierung können Sie die auf der Hompage bereitgestellten Matlab-Codes verwenden).