Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. D. Kröner
M.Sc. S. Wolff-Vorbeck

29.04.2019

Praktische Übung zur Vorlesung

Numerik für Differentialgleichungen

SS 2019 — Blatt 1

Abgabe: Bis 09.05.2019, via Email an den Tutor.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir betrachten das Anfangswertproblem

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0 \tag{1}$$

auf dem Intervall $I = [t_0, T]$. Das Eulerverfahren ist gegeben durch die Vorschrift

$$\begin{aligned} y_0^h &= y_0, \\ y_{n+1}^h &= y_n^h + hf(t_n, y_n^h) \end{aligned}$$

wobei h eine gegeben Schrittweite und $t_n = t_0 + nh$ ist.

(a) Implementieren Sie das Eulerverfahren für beliebige Differentialgleichungen der Form 1. Testen Sie ihr Programm anhand der Differentialgleichung

$$y'(t) = -y(t) + 1, \quad y(0) = y_0$$

auf dem Intervall $[0, 10]$ für verschiedene Anfangsdaten $y_0 < 0$, $0 < y_0 < 1$, $y_0 > 0$ und verschiedene Schrittweiten h. Visualisieren Sie ihre Ergebnisse.

(b) Erweitern Sie ihr Programm, so dass Sie beliebige Systeme von Differentialgleichungen der Form 1 lösen können. Testen Sie ihr Programm anhand der Differentialgleichung

$$\begin{aligned} y''(t) + ay'(t) + y(t) &= 0, \\ y'(0) &= v_0, \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$$

mit $a = \frac{1}{5}$, $v_0 = 1$ auf dem Intervall $[0, 60]$ für verschiedene Schrittweiten. Schreiben Sie dazu obige Gleichung als ein System von Differentialgleichungen mit Hilfe von $y' = v$. Visualisieren Sie die Ergebnisse und vergleichen Sie diese mit der exakten Lösung

$$y(t) = \frac{v_0}{\omega} e^{-\frac{at}{2}} \sin(\omega t)$$

mit $\omega = \sqrt{1 - a^2/4}$.