

Praktische Übung zur Vorlesung  
**Numerik für Differentialgleichungen**  
SS 2019 — Blatt 3

**Abgabe:** Bis 06.06.2019, via Email an den Tutor.

**Aufgabe 1**

(8 Punkte)

- (a) Implementieren Sie das *Cranck-Nicholson* Verfahren von Blatt 3 Aufgabe 4 der Übung, welches durch die Vorschrift

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2}(f(t_i, u_i) + f(t_{i+1}, u_{i+1}))$$

gegeben ist. Implementieren Sie ein Newton-Verfahren zur Lösung der nichtlinearen Gleichungssysteme.

- (b) Testen Sie die Verfahren der letzten Blätter, d.h. explizites und implizites Euler-Verfahren, Euler-Collatz-Verfahren und Crank-Nicholson Verfahren, anhand des Anfangwertproblems

$$y'(t) = -2y(t) + 5 \cos(t), \quad y(0) = 2.$$

Die exakte Lösung ist gegeben durch  $y(t) = 2 \cos(t) + \sin(t)$ .

Berechnen Sie für alle Verfahren die Approximationsfehler  $e_h = |y_N - y(t_N)|$  zum Zeitpunkt  $T = 1$  für geeignete Schrittweiten  $h$  und bestimmen Sie die experimentelle Konvergenzordnung (EOC)  $\gamma$  mit dem Ansatz  $e_h \approx ch^\gamma$ , so dass für zwei verschiedene Schrittweiten

$$\gamma \approx \frac{\log(e_h/e_{h'})}{\log(h/h')}$$

folgt. Plotten Sie die Fehler  $e_h$  der Verfahren gegen die Schrittweite  $h$  in einem log-log-Plot und vergleichen sie diese mit dem Ansatz für die Konvergenzordnung.