Abteilung für
Angewandte Mathematik

Prof. Dr. D. Kröner
M.Sc. J. Gerstenberger

06.05.2019

Übung zur Vorlesung

Numerik für Differentialgleichungen

SS 2019 — Blatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ die Abschätzung

$$\left(1 + \frac{t}{n}\right)^n \leq \mathrm{e}^t \qquad \text{für } t > 0$$

gilt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem

$$u'(t) = \mathrm{e}^{u(t)} \sin(t) \qquad \text{mit } u(0) = 0$$

und geben Sie das Intervall an, auf dem die Lösung existiert.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $u_0 > 0$. Zeigen Sie, dass die Lösung des Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u'(t) &= (u(t))^2 \qquad \text{für } t > 0, \\ u(0) &= u_0 \end{aligned}$$

für $t \to \frac{1}{u_0}$ unbeschränkt ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Seien $lambda \in \mathbb{R}$, $u_\lambda(t) := \mathrm{e}^{\lambda t^2}$ für $t \in \mathbb{R}$ und $v_\lambda(x) := \lambda\,|x|^4$ für $x \in \mathbb{R}^2$.

(a) Bestimmen Sie λ so, dass u_λ eine Lösung der Differentialgleichung

$$u''(t) = tu'(t) + u(t) \qquad \text{für } t \in \mathbb{R}$$

ist.

(b) Bestimmen Sie λ so, dass v_λ eine Lösung der Differentialgleichung

$$\Delta v = |x|^2 \qquad \text{für } x \in \mathbb{R}^2$$

ist.

Abgabe: Montag, den 13.05.2019, vor der Vorlesung.