Aufgabe7

January 17, 2018

1 Aufgabe 7

1.1 Ziel

Sei $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x, y)\| < 1, \arctan(z/x) < \alpha\}$, $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ wie in Aufgabe 5. Wir betrachten das homogene Poisson-Problem:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= 0 \quad \text{in } \Omega, \\ u &= g \quad \text{auf } \partial\Omega, \end{aligned}$$

mit $g(x, y) = \|(x, y)\|^\lambda \sin\big(\lambda \arctan(y/x)\big)$, $\lambda = \frac{\pi}{\alpha}$.

Berechnen Sie dann den approximativen L^2 und H^1-Fehler

$$\begin{aligned} e_{h,L^2}^2 &:= \int_\Omega |u - u_h|^2, \\ e_{h,H^1}^2 &:= e_{h,L^2}^2 + \int_\Omega |\nabla(u - u_h)|^2, \end{aligned}$$

mit Hilfe geeigneter Quadraturen.

Berechnen Sie nun die Lösungen u_h auf drei (globalen) Verfeinerungen des Gitters und berechnen Sie die experimentelle Konvergenzordnung des L^2 und des H^1-Fehlers. Verwenden Sie dabei für die Gitterweite h die maximale Kantenlänge.

Begründen Sie die Reduktion der experimentellen Konvergenzordnung. Beantworten Sie die Frage 'Warum sind Gullideckel meistens rund?'.