

Praktikum zur Vorlesung

Numerik

WS 2019/20 — Blatt 1

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Die Aufgabe ϕ ist durch

$$\phi(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)}$$

definiert. ϕ kann z.B. über die Verfahren

$$\tilde{\phi}_1(x) = \left(\frac{1}{x}\right) - \left(\frac{1}{x+1}\right), \quad \tilde{\phi}_2(x) = \frac{1}{(x(x+1))}$$

realisiert werden, wobei die Klammerung die Reihenfolge der Ausführung der Operationen festlegt. Berechnen Sie $\tilde{\phi}_1$ und $\tilde{\phi}_2$ für verschiedene große Werte von x und vergleichen Sie die Ergebnisse tabellarisch/graphisch. Wie würden Sie das Verhalten von $\tilde{\phi}_1$ beschreiben?

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Die Quadratwurzel $\phi(x) = \sqrt{x}$ einer Zahl $x > 0$ ist gegeben als Grenzwert der Folge (a_n) mit $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + x/a_n)$ für beliebiges $a_0 > 0$. Benutzen Sie diesen Algorithmus mit Abbruchbedingung $|a_{n+1} - a_n| < 10^{-6}$ um $\sqrt{2}$ zu approximieren.

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Es sei $x = (x_1, x_2)^\top \in \mathbb{R}^2$. Die l^p -Norm von x ist definiert durch

$$\|x\|_p = \begin{cases} (|x_1|^p + |x_2|^p)^{\frac{1}{p}} & \text{für } 1 \leq p < \infty, \\ \max\{|x_1|, |x_2|\} & \text{für } p = \infty. \end{cases}$$

Schreiben Sie ein Programm das es Ihnen erlaubt die Niveaumengen der l^p -Normen, $1 \leq p \leq \infty$, in \mathbb{R}^2 zu plotten. Zeigen Sie Ihre Ergebnisse für $p = 1, 2$ und ∞ .

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Die Collatz-Vermutung bezieht sich auf die folgende Konstruktion von Zahlenfolgen:

- Beginne mit einer beliebigen natürlichen Zahl $n > 0$.
- Ist n gerade, so nimm als nächstes $n/2$.
- Ist n ungerade, so nimm als nächstes $3n + 1$.
- Wiederhole die Vorgehensweise mit der erhaltenen Zahl, usw.

Die Vermutung lautet:

Jede so konstruierte Zahlenfolge mündet in den Zyklus 4, 2, 1, egal, mit welcher natürlichen Zahl $n > 0$ man beginnt.

Generieren und plotten Sie einige solchen Folgen mit einem Programm. Der Algorithmus sollte terminieren wenn der 4, 2, 1-Zyklus erreicht wird.

Abgabe: Freitag, den 15.11.2019, bis 24:00 per Email an ihren Tutor.