

## Funktionalanalysis I

SS 2010 — Woche 6

<http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/scripts/FA1-SS10/>

**Abgabe: Montag, den 7. Juni, vor der Vorlesung**

### Aufgabe 19

**3 Punkte**

Seien  $X, Y$  Banachräume und  $T_k \in L(X, Y)$  eine Folge mit  $\sup_{k \in \mathbb{N}} \|T_k\| = \infty$ . Zeigen Sie, dass es ein  $x \in X$  gibt mit  $\sup_{k \in \mathbb{N}} \|T_k(x)\| = \infty$ .

### Aufgabe 20

**3 Punkte**

Seien  $f_n, f \in C^0([0, 1])$  derart, dass  $f_n$  schwach gegen  $f$  konvergiert. Zeigen Sie, dass  $f_n$  punktweise gegen  $f$  konvergiert.

### Aufgabe 21

**6 Punkte**

Sei  $X$  ein Banachraum und  $x_n \rightharpoonup x$  in  $X$ . Zeigen Sie, dass  $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \rightharpoonup x$ .

### Aufgabe 22

**8 Punkte**

Im Allgemeinen ist die schwache Topologie eines Banachraumes strikt schwächer als die starke Topologie. Für den Raum  $l^1$  der summierbaren Folgen gilt jedoch folgende erstaunliche Aussage: Aus  $x_n \rightharpoonup x$  in  $l^1$  folgt schon  $x_n \rightarrow x$  in  $l^1$ . Beweisen Sie dies!