

Analysis I

WS 2004/05 — Woche 15

Abgabe: Montag, den 14. Februar, vor der Vorlesung

Aufgabe 1:

7 Punkte

Zeigen Sie, dass die uneigentlichen Integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx, \quad \int_0^1 \cos(1/x) dx$$

existieren.

Aufgabe 2:

5 Punkte

Überprüfen Sie, ob die Reihe

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n) (\ln(\ln n))}$$

konvergiert.

Aufgabe 3:

8 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass die Potenzreihe von $\cos x$ um 0 gegeben ist durch

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}.$$

(b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe aus (a).

(c) Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ das Restglied $R_n(x)$ der Reihe aus (a) gegen Null konvergiert.