

**Analysis I**

WS 2004/05 — Woche 2

**Achtung:** Am 1. November findet keine Vorlesung statt. Deshalb findet die Abgabe der Übungszettel ausnahmsweise nicht montags statt! Alle Teilnehmer einer Mittwochsübungsgruppe müssen ihre Zettel bis Dienstag den 2. November 13:00 entweder bei ihrem Tutor abgeben oder in eines der Fächer „Růžička“ oder „Diening“ im 3. Stock Eckerstr. 1 legen. Die Teilnehmer der anderen Übungsgruppen geben ihre Zettel bitte am Mittwoch den 3. November vor der Vorlesung im Rundbau ab.

**Aufgabe 1:**

**3 Punkte**

Verneinen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Kein vernünftiger Mensch studiert Mathematik.
- (b) Zu jedem Politiker gibt es einen Menschen, der alle Handlungen des Politikers kritisiert.

**Aufgabe 2:**

**6 Punkte**

(a) Seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  Aussagen. Beweisen Sie:

- (i)  $(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ ,
- (ii)  $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$ ,
- (iii)  $\neg(A \vee B) = (\neg A) \wedge (\neg B)$ ,
- (iv)  $\neg(A \wedge B) = (\neg A) \vee (\neg B)$ .

(b) Seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  nun Mengen. Beweisen Sie:

- (i)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ,
- (ii)  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ ,

Beim Beweis von Teil (b) dürfen Sie auf Teil (a) zurückgreifen.

**Aufgabe 3:**

**6 Punkte**

Seien  $A, B, X, Y \subset \mathbb{R}$ . Verneinen Sie folgende Aussagen:

- (a)  $\forall x \in X : x^2 \leq 1$ ,
- (b)  $\forall x \in X \exists a \in A \forall b \in B : (x^3 + ax + b > 3)$ ,
- (c)  $\forall x \in X : ((|x| > 1) \vee (\exists y \in Y : |y| = |x|))$ .

**Aufgabe 4:**

**5 Punkte**

Zeigen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$