

Analysis I

WS 2004/05 — Woche 2

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 1:

- (a) Sei r rational und x irrational. Zeigen Sie (per Widerspruchsbeweis), dass $r + x$ irrational ist.
- (b) Sei zusätzlich $r \neq 0$. Zeigen Sie, dass rx irrational ist.

Verdeutlichen Sie sich an Hand der Beweise, dass $A \Rightarrow B$ und $(\neg B) \wedge A \Rightarrow \neg A$ äquivalent sind.

Aufgabe 2:

Zeigen Sie per vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\sum_{k=0}^n k \right)^2. \quad (3)$$

Aufgabe 3:

Zeigen Sie die Äquivalenz von $((\neg A) \vee B) \wedge (A \vee (\neg B))$ und $A \Leftrightarrow B$.