

Analysis I

WS 2004/05 — Woche 8

Abgabe: Montag, den 13. Dezember, vor der Vorlesung

Aufgabe 1:

6 Punkte

- (a) Seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig. Zeigen Sie, dass dann auch $f \circ g$ gleichmäßig stetig ist.
- (b) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und sei $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $g(x) := f(\frac{1}{1+x^2})$. Zeigen Sie, dass g gleichmäßig stetig ist.

Aufgabe 2:

14 Punkte

Sei $\alpha > 0$ und $n, m \in \mathbb{N}$. Untersuchen und berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{x+x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$