

Analysis II

SS 2005 — Woche 1

http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/scripts/ana2_SS05

Abgabe: Montag, den 18. April, vor der Vorlesung

Aufgabe 1:

7 Punkte

Sei M die Menge aller Folgen reeller Zahlen. Für $x = (x_j)_{j \in \mathbb{N}}, y = (y_j)_{j \in \mathbb{N}} \in M$ sei

$$d(x, y) := \sum_{j=1}^{\infty} 2^{-j} \frac{|x_j - y_j|}{1 + |x_j - y_j|}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass (M, d) ein metrischer Raum ist.
- (b) Sei $a_n = (a_{n,j})_{j \in \mathbb{N}} \in M$ eine Folge von Folgen und sei $b = (b_j)_{j \in \mathbb{N}} \in M$. Zeigen Sie, dass a_n genau dann bzgl. der Metrik d gegen b konvergiert, d.h. $\lim_{n \rightarrow \infty} d(a_n, b) = 0$, wenn für alle $j \in \mathbb{N}$ gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n,j} = b_j$.

Aufgabe 2:

3 Punkte

Sei (M, d) ein metrischer Raum. Zeigen Sie, dass die Vereinigung von endlich vielen beschränkten Mengen wieder beschränkt ist.