

## Analysis II

SS 2005 — Woche 1

[http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/scripts/ana2\\_SS05](http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/scripts/ana2_SS05)

**Abgabe: Montag, den 18. April, vor der Vorlesung**

**Aufgabe 1:**

**7 Punkte**

Sei  $M$  die Menge aller Folgen reeller Zahlen. Für  $x = (x_j)_{j \in \mathbb{N}}, y = (y_j)_{j \in \mathbb{N}} \in M$  sei

$$d(x, y) := \sum_{j=1}^{\infty} 2^{-j} \frac{|x_j - y_j|}{1 + |x_j - y_j|}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass  $(M, d)$  ein metrischer Raum ist.
- (b) Sei  $a_n = (a_{n,j})_{j \in \mathbb{N}} \in M$  eine Folge von Folgen und sei  $b = (b_j)_{j \in \mathbb{N}} \in M$ . Zeigen Sie, dass  $a_n$  genau dann bzgl. der Metrik  $d$  gegen  $b$  konvergiert, d.h.  $\lim_{n \rightarrow \infty} d(a_n, b) = 0$ , wenn für alle  $j \in \mathbb{N}$  gilt  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n,j} = b_j$ .

**Aufgabe 2:**

**3 Punkte**

Sei  $(M, d)$  ein metrischer Raum. Zeigen Sie, dass die Vereinigung von endlich vielen beschränkten Mengen wieder beschränkt ist.