

**Analysis II**

SS 2005 — Woche 10

**Abgabe: Montag, den 27. Juni, vor der Vorlesung**

**Aufgabe 1:**

**8 Punkte**

Die Funktion  $k(x, t, z)$  sei für  $0 \leq t \leq x \leq a$ ,  $z \in \mathbb{R}$  stetig und genüge der Lipschitzbedingung

$$|k(x, t, z) - k(x, t, \bar{z})| \leq L |z - \bar{z}|$$

für alle  $x, t$ . Die Funktion  $g$  sei stetig auf  $[0, a]$ . Man zeige durch Anwenden des Banach'schen Fixpunktsatzes, dass die *Volterra-Integralgleichung*

$$u(x) = g(x) + \int_0^x k(x, t, u(t)) dt$$

genau eine auf  $[0, a]$  stetige Lösung besitzt.

**Aufgabe 2:**

**12 Punkte**

Gegeben sind die folgenden Differentialgleichungen

(a)  $y' = y^2$ .

(b)  $u' = 1 - u^2$ .

Für welche Anfangswerte sind die Gleichungen lösbar? Bestimmen Sie die jeweiligen maximalen Lösungen.