Abteilung für Angewandte Mathematik 23.05.2005
Prof. Dr. M. Růžička
Dr. L. Diening

Analysis II

SS 2005 — Woche 6

Abgabe: Montag, den 30. Mai, vor der Vorlesung

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Seien

$$f(a,b) = (a+b)^2, \quad a(x) = 2\,(1+x)^3, \quad b(x) = \sin(x),$$
$$g(x) := \int_0^x \sin^3(x+t)\,dt.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe der Kettenregel die Ableitung von $f(a,b)$ und g nach x.
Tipp: Sei $h(y,z) := \int_0^y \sin^3(z+t)\,dt$.

Aufgabe 2: **7 Punkte**

Seien $(x_1,y_1),\dots,(x_n,y_n)$ Messwertpaare. Gesucht werden $a,b \in \mathbb{R}$ derart, dass für $g(x) := ax+b$ der Ausdruck

$$\sum_{i=1}^n |y_i - g(x_i)|^2$$

minimal wird. Interpretieren Sie das Ergebnis.
Tipp: Wandeln Sie das Problem zunächst in ein Minimierungsproblem einer Funktion $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(a,b) \mapsto F(a,b)$ um. Begründen Sie Ihre Schritte und Ergebnisse!

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Bestimmen Sie das Taylorpolynom um $(1,1)$ bis einschließlich der Terme zweiten Grades von

$$g(x,y) = x\,\exp(x-y).$$

Aufgabe 4: **2 Punkte**

Bestimmen Sie die kritischen Punkte von

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3\,x - 3\,y.$$

Aufgabe 5: **3 Punkte**

An welchen Punkten ist f mit

$$f(x,y) := (x^2+y^2)\,\sin\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)$$

für $(x,y) \neq (0,0)$ and $f(0,0) := 0$ stetig partiell differenzierbar.