

Analysis III

WS 2005/2006 — Woche 10

Abgabe: Montag, den 23. Januar, vor der Vorlesung

Aufgabe 1:

7 Punkte

Sei $\alpha > 0$ und $R > 0$. Berechnen Sie das Volumen der Menge

$$A := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, y^2 + z^2 \leq \alpha x^2\}$$

Skizzieren Sie die Menge A .

Aufgabe 2:

6 Punkte

Seien $\alpha, \beta, \gamma, r > 0$ und seien $\gamma_1, \gamma_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$\gamma_1(t) := \begin{pmatrix} r \cos(\alpha t) \\ r \sin(\alpha t) \\ \beta t. \end{pmatrix}, \quad \gamma_2(t) := \begin{pmatrix} \gamma t \cos(\alpha t) \\ \gamma t \sin(\alpha t) \\ \beta t. \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Länge der Wege $\gamma_1|_{[a,b]}$ und $\gamma_2|_{[a,b]}$ mit $a < b$. Skizzieren Sie γ_1 und γ_2 .

Aufgabe 3:

7 Punkte

Seien $0 < a_1 < a_2$ und $0 < b < d$ und sei $K := [a_1, a_2] \times [b, d] \subset \mathbb{R}^2$. Berechnen sie das Volumen des Rotationskörpers A , der durch Rotation der Menge $K \times \{0\}$ um die y -Achse entsteht. Skizzieren Sie A .