

**Analysis III**

WS 2005/2006 — Woche 10

**Abgabe: Montag, den 23. Januar, vor der Vorlesung**

**Aufgabe 1:**

**7 Punkte**

Sei  $\alpha > 0$  und  $R > 0$ . Berechnen Sie das Volumen der Menge

$$A := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, y^2 + z^2 \leq \alpha x^2\}$$

Skizzieren Sie die Menge  $A$ .

**Aufgabe 2:**

**6 Punkte**

Seien  $\alpha, \beta, \gamma, r > 0$  und seien  $\gamma_1, \gamma_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  gegeben durch

$$\gamma_1(t) := \begin{pmatrix} r \cos(\alpha t) \\ r \sin(\alpha t) \\ \beta t. \end{pmatrix}, \quad \gamma_2(t) := \begin{pmatrix} \gamma t \cos(\alpha t) \\ \gamma t \sin(\alpha t) \\ \beta t. \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Länge der Wege  $\gamma_1|_{[a,b]}$  und  $\gamma_2|_{[a,b]}$  mit  $a < b$ . Skizzieren Sie  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$ .

**Aufgabe 3:**

**7 Punkte**

Seien  $0 < a_1 < a_2$  und  $0 < b < d$  und sei  $K := [a_1, a_2] \times [b, d] \subset \mathbb{R}^2$ . Berechnen sie das Volumen des Rotationskörpers  $A$ , der durch Rotation der Menge  $K \times \{0\}$  um die  $y$ -Achse entsteht. Skizzieren Sie  $A$ .