

**Analysis III**

WS 2005/2006 — Woche 11

**Abgabe: Montag, den 30. Januar, vor der Vorlesung**

**Aufgabe 1:**

**10 Punkte**

Welche der folgenden Mengen sind  $C^1$ -Untermannigfaltigkeiten? Begründen Sie!

- (a)  $M_1 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| = |y|\}$ ,
- (b)  $M_2 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ ,
- (c)  $M_3 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|x|, |y|\} = 1\}$ ,
- (d)  $M_4 := \{(x, t, t) \in \mathbb{R}^3 : \max\{|x|, |t|\} < 1\}$ ,

Geben Sie im Falle einer Untermannigfaltigkeit eine mögliche Wahl von lokalen Parametrisierungen bzw. Plättbarkeitsabbildungen an.

**Aufgabe 2:**

**10 Punkte**

Sei  $U := (0, \infty) \times (0, 2\pi) \times \mathbb{R}$  und  $V := \mathbb{R}^3 \setminus \{(x, 0, z) : x \geq 0\}$  und

$$P(r, \varphi, z) := \begin{pmatrix} r \cos \varphi \\ r \sin \varphi \\ z \end{pmatrix}.$$

Dies ist die Zylinderkoordinatenabbildung. Sei  $g$  die induzierte Metrik. Berechnen Sie Zylinderkoordinatendarstellung von  $\operatorname{div}_g$ ,  $\operatorname{grad}_g$  und  $\Delta_g$ .