

Funktionalanalysis II

SS 2003 — Blatt 5

Abgabe: Dienstag, 03.06.2003

Aufgabe 1

(a) Sei $1 < p < \infty$. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(u) := \begin{cases} |u|^{p-2}u & \text{für } u \neq 0, \\ 0 & \text{für } u = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie: f ist strikt monoton und für $p = 2$ sogar stark monoton. Für $p \geq 2$ gilt

$$\langle f(u) - f(v), u - v \rangle \geq c(p) |u - v|^p.$$

(b) Was gilt für die Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$? Hierbei sei

$$g(u) := \begin{cases} (1 + |u|)^{p-2}u & \text{für } u \neq 0, \\ 0 & \text{für } u = 0. \end{cases}$$