Abteilung für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dr. L. Diening

03.06.2003

Funktionalanalysis II

SS 2003 — Blatt 6

Abgabe: **Dienstag, 17.06.2003**

Aufgabe 1

Sei X ein separabler, reflexiver, reeller Banachraum und sei $A : X \to X^*$ ein strikt monotoner, koerziver und hemistetiger Operator. Dann existiert der Operator $A^{-1} : X^* \to X$ und ist strikt monoton und demistetig.

Aufgabe 2

Seien f_n und h_n Folgen aus $L^1(\mathbb{R}^N)$, die punktweise fast überall gegen f bzw. h, ebenfalls aus $L^1(\mathbb{R}^N)$, konvergieren. Weiterhin gelte $|f_n| \leq h_n$ und

$$\int_{\mathbb{R}^{\mathbb{N}}} h_n \, dx \to \int_{\mathbb{R}^N} h \, dx \qquad (n \to \infty).$$

Dann folgt

$$\int_{\mathbb{R}^N} |f_n - f| \, dx \to 0 \qquad (n \to \infty).$$

Aufgabe 3

Sei X ein Banachraum, $x_n, x \in X$ und $f_n, f \in X^*$. Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Aus $f_n \overset{*}{\rightharpoonup} f$ folgt $\sup_n \|f_n\|_{X^*} < \infty$.

(b) Aus $x_n \to x$ und $f_n \overset{*}{\rightharpoonup} f$ folgt $\langle f_n, x_n \rangle \to \langle f, x \rangle$.

(c) Aus $x_n \rightharpoonup x$ und $f_n \overset{*}{\rightharpoonup} f$ folgt $\langle f_n, x_n \rangle \to \langle f, x \rangle$.