Abteilung für Angewandte Mathematik 17.06.2003
Prof. Dr. M. Růžička
Dr. L. Diening

Funktionalanalysis II

SS 2003 — Blatt 7

Abgabe: **Dienstag, 24.06.2003**

Aufgabe 1

Sei X ein reeller, reflexiver, separabler Banachraum. Ein Operator $A : X \to X^*$ heißt *radialstetig*, wenn für alle $u, v \in X$ die Abbildung $t \mapsto \langle A(u+tv), v\rangle$, $t \in \mathbb{R}$, stetig ist.
Zeigen Sie, dass für einen monotonen Operator $A : X \to X^*$ die Begriffe radialstetig, demistetig und hemistetig äquivalent sind.

Aufgabe 2

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ ein beschränktes Gebiet mit glattem Rand und $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} -\Delta u + \alpha \sin(u) \sum_{i=1}^{3} \partial_i u &= f \qquad \text{in } \Omega, \\ u &= 0 \qquad \text{auf } \partial\Omega. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass es ein $\alpha_0 > 0$ existiert, so dass für alle $\alpha \in \mathbb{R}$ mit $|\alpha| \leq \alpha_0$ und alle $f \in L^2(\Omega)$ das Randwertproblem eine schwache Lösung besitzt.