Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dipl.-Math. L. Diening

2.11.2000

Mathematik für Ingenieure und Physiker I

WS 2000/01 — Blatt 3

Abgabe: **Donnerstag, 9.11.2000** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Polynome

$$p(x) = x^6 - 4x^5 - 2x^4 + 32x^3 - 59x^2 + 44x - 12,$$
$$q(x) = x^4 - ix^3 + (-1+4i)x^2 + (40-11i)x + (128-16i).$$

(a) Faktorisieren Sie p mit Hilfe des Hornerschemas. (Tipp: Die Nullstellen müssen zwar sukzessive geraten werden, aber sie sind alle ganzzahlig. Damit kommen abgesehen vom Vorzeichen nur die Teiler von 12 in Frage.)

(b) Verifizieren Sie per Rechnung, dass $x_0 := -3+2i$ und $x_1 := -2-i$ Nullstellen von q sind. Dividieren Sie die entsprechenden Linearfaktoren $(x-x_0)$ und $(x-x_1)$ per Hornerschema heraus und ermitteln Sie anschließend die restlichen Nullstellen.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Die kartesischen Koordinaten der Ecken eines Tetraeders T im $\mathbb{R}^3$ seien

$$A_1 = (1,1,1), \quad A_2 = (2,-1,-1), \quad A_3 = (-1,-1,1), \quad A_4 = (-1,1,-2).$$

(a) Berechnen Sie das Volumen von T und die Flächen der 4 Seiten s_1, s_2, s_3 und s_4, wobei s_i dem Punkt A_i, mit $i = 1,\dots,4$, gegenüber liegt.

(b) Sind $\vec{a}$ und $\vec{b}$ Vektoren im $\mathbb{R}^3$, so beschreibt die Menge

$$\{\vec{a} + t\,\vec{b} \,:\, t \in \mathbb{R}\}$$

eine Gerade. Hierbei ist $\vec{a} + t\vec{b}$ ist die sogenannte **Parameterdarstellung** dieser Geraden. Geben Sie eine Parameterdarstellung der Geraden an, welche durch A_1 geht und senkrecht auf s_1 steht, d.h. die Höhe durch A_1.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Vektoren des $\mathbb{R}^3$:

$$\vec{a} := (1,0,-2)^T, \quad \vec{b} := (-1,3,-2)^T, \quad \vec{c} := (2,-1,3)^T, \quad \vec{d} := (1,2,4)^T.$$

(a) Verifizieren Sie an Hand von $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ den Entwicklungssatz.

(b) Verifizieren Sie an Hand von $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ und $\vec{d}$ die Lagrangeidentität.

Aufgabe 4 **(5 Punkte)**

(a) Sei $f(x) := x^2-3x+2$ und $g(x) := 2x^2+x-5$. Berechnen Sie $h(x) := (f\circ g)(x)$. Bestimmen Sie die Nullstellen von h.

(b) Sei $a(x, y) = 1 + x - x^2 - y^2$, $b(x) := \sin x$ und $c(x) := \cos x$. Berechnen Sie die Nullstellen von $a(b(t), c(t))$. Bestimmen Sie den Wertebereich von a.