

**Mathematik für Ingenieure und Physiker I**

WS 2000/01 — Blatt 4

Abgabe: Donnerstag, 16.11.2000 (vor der Vorlesung)

**Aufgabe 1**

**(8 Punkte)**

- (a) Beweisen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion die folgende **Formel von De Moivre (1667-1754)**

$$\cos(nx) + i \sin(nx) = \sum_{k=0}^n i^k \binom{n}{k} \cos^{n-k} x \sin^k x.$$

Diese Formel führte seiner Zeit Euler zur Entdeckung der Eulerschen Formel.

- (b) Beweisen Sie die Formel von De Moivre mit Hilfe der Eulerschen Formel.  
(c) Leiten Sie aus der Formel von De Moivre nun Additionstheoreme für  $\sin(3x)$ ,  $\sin(4x)$ ,  $\cos(3x)$  und  $\cos(4x)$  her, welche nur  $\sin(x)$  und  $\cos(x)$  benutzen.

**Aufgabe 2**

**(7 Punkte)**

- (a) Seien

$$\begin{aligned} a(x) &:= x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 41x - 30, \\ b(x) &:= x^5 + 6x^4 + 14x^3 + 8x^2 - 15x - 14. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache von  $a$  und  $b$ . (Das kleinste gemeinsame Vielfache von zwei Polynomen  $a$  und  $b$  ist definiert, als das normierte Polynom  $c$  mit minimalem Grad, so dass  $a$  und  $b$  Teiler von  $c$  sind.) Was ist der Definitionsbereich von  $\frac{a}{b}$ ?

- (b) Seien

$$\begin{aligned} f(x) &:= 2x^7 + x^6 - 15x^5 + 3x^4 + 9x^3 + 14x^2 - 21x - 21, \\ g(x) &:= 2x^5 + 3x^4 - 14x^3 + 4x^2 - 12x - 15. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die gemeinsamen Nullstellen von  $f$  und  $g$ . Was ist der Definitionsbereich von  $\frac{f}{g}$ ?

**Aufgabe 3**

**(5 Punkte)**

Gegeben seien die folgenden Stützstellen und -werte:

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	0	-1	2	0	1	-1

Bestimmen Sie die Koeffizienten  $\alpha_i$  der Newtonschen Interpolationsformel.