

Mathematik für Ingenieure und Physiker I

WS 2000/01 — Blatt 14

Abgabe: **Donnerstag, 08.02.2001** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylor-Reihen der folgenden Funktionen im Entwicklungspunkt $a = 0$:

$$f(x) := \arctan\left(\frac{1-x}{1+x}\right), \quad g(x) := \frac{50x^2 + 55x - 73}{(x-1)(5x-1)},$$
$$h(x) := \sqrt[3]{2+x^2}, \quad p(x) := \frac{-2x}{(1+x^2)^2}.$$

Bestimmen Sie außerdem die Konvergenzradien.

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe von Taylor-Reihen die folgenden Grenzwerte:

$$A := \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x \sin x}, \quad B := \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ und Koeffizientenvergleichs die Lösungen der linearen Differentialgleichung

$$(x^2 - 1)y''(x) = 6y(x)$$

in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen $y(0) = a$ und $y'(0) = b$. Für welche Werte von a und b ist die Funktion y ein Polynom.

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die ersten vier Glieder der Taylor-Reihe um den Punkt $a = 0$ von

$$f(x) := (1 + \cos(x))^x.$$