Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dipl.-Math. L. Diening 28.05.2001

Mathematik für Ingenieure und Physiker II [1]

SS 2001 — Blatt 5

Abgabe: **Montag, 11.06.2001** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 (4+2 Punkte)

Gegeben sei die Raumkurve $\mathbf{x} : [0, 4\pi] \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 2\sin\frac{t}{2} \end{pmatrix}.$$

(i) Berechnen Sie das begleitende Dreibein und die Krümmung von $\mathbf{x}$.

(ii) Verifizieren Sie, dass $\mathbf{x}$ vollständig in Niveauflächen der Funktionen $x^2 + y^2$ und $(x+1)^2 + y^2 + z^2$ verläuft. Welche Niveauflächen sind dies? Welche geometrischen Objekte werden durch diese Niveauflächen beschrieben?

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Sei $\mathbf{x} : [0, 10] \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ 1 - t^2 \\ \frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}} \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Bogenlänge von $\mathbf{x}$.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Seien $\mathbf{g} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ und $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$\mathbf{g}(s,t) = \begin{pmatrix} \sin t + \cos^2 s \\ t + s \\ t^2 \end{pmatrix}, \qquad f(a,b,c) := ab + c^b.$$

Berechnen Sie den Gradienten von $f \circ \mathbf{g} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

[1] `http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/scripts/hm2_SS01/`

Aufgabe 4 **(2+5+1 Punkte)**

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) := \begin{cases} e^{-y^2/x}, & \text{falls } x \neq 0, \\ 1, & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

(i) Zeigen Sie, dass f auf allen Geraden durch den Nullpunkt stetig ist.

(ii) Untersuchen Sie f auf Stetigkeit, partielle Differenzierbarkeit und totale Differenzierbarkeit.

(iii) Skizzieren Sie einige Niveauflächen von f.