Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dr. B. Mößner 20.10.2008

Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik

WS 2008/09 — Blatt 1

Abgabe: **Montag, 27.10.2008** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen folgende sogenannte **De Morganschen Regeln** für logische Aussagen:

$$\begin{aligned} \neg(A \wedge B) &= (\neg A) \vee (\neg B), \\ \neg(A \vee B) &= (\neg A) \wedge (\neg B), \\ (A \wedge B) \vee C &= (A \vee C) \wedge (B \vee C), \\ (A \vee B) \wedge C &= (A \wedge C) \vee (B \wedge C), \end{aligned}$$

wobei A, B, C Aussagen sind.
Alternativ können Sie auch die **De Morganschen Regeln** für Mengen beweisen:

$$\begin{aligned} (A \cap B)^{\complement} &= A^{\complement} \cup B^{\complement}, \\ (A \cup B)^{\complement} &= A^{\complement} \cap B^{\complement}, \\ (A \cap B) \cup C &= (A \cup C) \cap (B \cup C), \\ (A \cup B) \cap C &= (A \cap C) \cup (B \cap C), \end{aligned}$$

wobei A, B, C Mengen sind.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Beweisen Sie jeweils mit Hilfe von vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}, \tag{1}$$

$$\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \tag{2}$$

$$\sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=0}^{n} k\right)^2. \tag{3}$$

Aufgabe 3 **(4 Punkte)**

(a) Sei $A := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, (|x-y+2| \leq 3) \wedge (4x+2<2)\}$. Skizzieren Sie A.

(b) Sei B das von den Punkten $(0,0)$, $(0,1)$ und $(1,0)$ ausgespannte Dreieck (mit Innerem und Kanten). Beschreiben Sie B mit Hilfe von Ungleichungen.

(c) Sei $C := \{(t\cos t, t\sin t) \in \mathbb{R}^2 \,:\, t > 0\}$. Skizzieren Sie C.

(d) Sei $D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, (y \leq |\cos x|)\}$. Skizzieren Sie D.

Denken Sie daran Ihre Ergebnisse zu begründen!

Aufgabe 4 **(3 Punkte)**

Gegeben seien die folgenden Funktionen:

(a) $f_1 \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \colon x \mapsto \sin x$,

(b) $f_2 \colon \mathbb{R} \to [0,\infty) \colon x \mapsto x^2$,

(c) $f_3 \colon [0,\infty) \to \mathbb{R} \colon x \mapsto \sqrt{x}$.

Überprüfen Sie, welche dieser Funktionen injektiv, surjektiv und bijektiv sind.

Aufgabe 5 **(3 Punkte)**

Schränken Sie den Definitions- und Bildbereich der Funktionen f_1, f_2 und f_3 aus Aufgabe 4 sinnvoll so ein, dass die Funktionen bijektiv werden. Geben Sie die Umkehrfunktionen samt Definitions- und Wertebereich an.

Hinweis:

Den aktuellen Aufgabenzettel finden Sie unter:

`http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/ubungen/infing1_WS08_09/`