

**Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der
Informatik**

WS 2008/09 — Blatt 4

Abgabe: **Montag, 17.11.2008** (vor der Vorlesung)

Hinweis: Bitte beachten Sie bei der Bearbeitung der Aufgaben, dass generell alle Schritte zu begründen sind.

Aufgabe 1

(4 Punkte)

(a) Welche der folgenden Funktionen ist injektiv bzw. surjektiv?

$$f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_1(x) = x^3, \quad f_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_2(x) = x^4.$$

Schränken Sie gegebenenfalls den Definitions- und Wertebereich so ein, dass die Funktionen bijektiv werden

(b) Gegeben sei die Funktion $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a + bx^2$, in Abhängigkeit von zwei Parametern $a, b \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie alle Parameter a, b , so dass f den Wertebereich $[0, \infty)$ besitzt. Für welche a, b von diesen ist $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ injektiv, surjektiv, bzw. bijektiv?

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Polynome

$$p(x) = x^6 - 4x^5 - 2x^4 + 32x^3 - 59x^2 + 44x - 12,$$
$$q(x) = x^4 - ix^3 + (-1 + 4i)x^2 + (40 - 11i)x + (128 - 16i).$$

- (a) Faktorisieren Sie p mit Hilfe des Hornerchemas. (Tipp: Die Nullstellen müssen zwar sukzessive geraten werden, aber sie sind alle ganzzahlig. Damit kommen abgesehen vom Vorzeichen nur die Teiler von 12 in Frage.)
- (b) Verifizieren Sie per Rechnung, dass $x_0 := -3 + 2i$ und $x_1 := -2 - i$ Nullstellen von q sind. Dividieren Sie die entsprechenden Linearfaktoren $(x - x_0)$ und $(x - x_1)$ per Hornerchema heraus und ermitteln Sie anschließend die restlichen Nullstellen.

Aufgabe 3**(5 Punkte)**

- (a) Sei $a(x, y) = 1 + x - x^2 - y^2$, $b(x) := \sin x$ und $c(x) := \cos x$. Berechnen Sie die Nullstellen von $a(b(t), c(t))$. Bestimmen Sie den Wertebereich von a .
- (b) Sei $f(x) := x^2 - 3x + 2$ und $g(x) := 2x^2 + x - 5$. Berechnen Sie $h(x) := (f \circ g)(x)$. Bestimmen Sie die Nullstellen von h .

Aufgabe 4**(5 Punkte)**

Gegeben seien die folgenden Stützstellen und -werte:

| | | | | | | |
|------|----|----|---|---|---|----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| f(x) | 0 | -1 | 2 | 0 | 1 | -1 |

Bestimmen Sie die Koeffizienten α_i der Newtonschen Interpolationsformel.