

**Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der
Informatik**

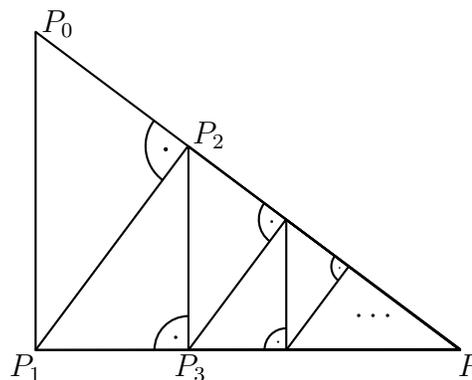
WS 2008/09 — Blatt 7

Abgabe: **Montag, 08.12.2008** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

(3 Punkte)

Gegeben sei das rechtwinklige Dreieck P_0P_1P mit Seitenlängen $\overline{P_0P_1} = 3$, $\overline{P_1P} = 4$ und $\overline{P_0P} = 5$. Berechnen Sie die Länge des unendlichen Streckenzugs $P_0P_1P_2P_3 \dots$.



Aufgabe 2

(3 Punkte)

Gegeben sei die rekursiv definierte Folge

$$a_1 := 1, \quad a_{n+1} := \sqrt{a_n + 1}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Zeigen Sie, dass $(a_n)_{n \geq 1}$ monoton wachsend und beschränkt ist. Berechnen Sie den Grenzwert dieser Folge.

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die angegebenen Grenzwerte existieren, und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x + \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{2x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x).$$

Aufgabe 4**(4 Punkte)**

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{x}{x-1}, \quad x \neq 1.$$

Bestimmen Sie für ein gegebenes $\epsilon > 0$ und ein Stelle $x_0 \neq 1$ ein $\delta > 0$, so dass gilt

$$|f(x) - f(x_0)| < \epsilon \quad \text{für alle } x \text{ mit } |x - x_0| < \delta.$$

Geben Sie für $\epsilon = 0.01$ und $x_0 = 2$ bzw. $x_0 = 1.1$ ein δ explizit an.

Aufgabe 5**(6 Punkte)**

Gegeben seien die Funktionen

$$f_1(x) := \sin(x), \quad f_2(x) := \frac{1}{x}, \quad f_3(x) := \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{falls } x \neq 0, \\ 0, & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

Skizzieren oder plotten Sie f_1 , f_2 und f_3 . Bestimmen Sie die Definitionsbereiche dieser Funktionen und untersuchen Sie sie auf Stetigkeit.

Hinweis:

Der aka-Filmclub (<http://www.aka-filmclub.de/>) präsentiert diese Woche den Film **Pi** am

Do 04.12.08, 20 Uhr, KG II, Hörsaal 2006.