

**Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der  
Informatik**

WS 2008/09 — Blatt 8

Abgabe: Montag, 15.12.2008 (vor der Vorlesung)

**Aufgabe 1** **(4 Punkte)**

Sei  $(a_n)_{n \geq 1}$  eine Nullfolge. Zeigen Sie, dass dann auch die Folge  $(b_n)_{n \geq 1}$  mit

$$b_n := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k$$

eine Nullfolge ist.

**Aufgabe 2** **(3 Punkte)**

Für  $x \in \mathbb{R}^{\geq 0}$  und  $n \in \mathbb{N}$  sei die  $n$ -te Wurzel  $y = \sqrt[n]{x}$  definiert als Lösung der Gleichung  $y^n = x$ . Zeigen Sie, dass die Gleichung  $y^n = x$  für  $x \in \mathbb{R}^{\geq 0}$  genau eine Lösung  $y \in \mathbb{R}^{\geq 0}$  besitzt.

**Aufgabe 3** **(2 Punkte)**

Geben Sie für die folgenden Funktionen die Definitionsbereiche an und berechnen Sie die ersten Ableitungen:

$$f(x) := \left( \frac{x^2 + 1}{x + 3} \right)^9, \quad g(x) := 3 \sin(x^2 + 1) \cdot \cos^2 x.$$

**Aufgabe 4** **(5 Punkte)**

Für welche  $x \in \mathbb{R}$  sind die folgenden Funktionen definiert und für welche sind sie differenzierbar:

a)  $f(x) = |x^2 - 1| + |x| - 1$

b)  $f(x) = \sqrt{2 \frac{|x|}{x} + \frac{5}{2}}$

Berechnen Sie für diese  $x$  den Wert  $f'(x)$ . Skizzieren Sie die Funktionen für  $x \in [-3, 3]$ , stellen Sie die Tangentialgleichungen an die Kurven  $y = f(x)$  im Punkt  $(2, f(2))$  auf und zeichnen Sie die Tangenten.

**Aufgabe 5****(4 Punkte)**

Sei  $n \geq 1$  und  $g : \mathbb{R}^{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0} : x \mapsto \sqrt[n]{x}$  wie in Aufgabe 2 definiert. Untersuchen Sie  $g$  auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit. Berechnen Sie die Ableitung von  $g$ .  
Hinweis:

$$a^n - b^n = (a - b) \sum_{i=0}^{n-1} a^i b^{n-1-i}.$$

**Aufgabe 6****(2 Punkte)**

Nika Laudi fährt bei Milano auf die Autostrada. Nach 3 Stunden erreicht er Roma, verlässt die Autostrada – und wird von der Policia (unter Hinweis auf den Mittelwertsatz der Differentialrechnung) verhaftet.  
Begründung!

**Hinweis:**

Der aka-Filmclub (<http://www.aka-filmclub.de/>) präsentiert diese Woche den Film **“Der Beweis: Liebe zwischen Genie und Wahnsinn”** am

Do 11.12.08, 19.45 Uhr, KG II, Hörsaal 2006.