

Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik

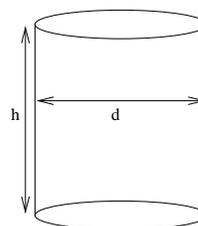
WS 2008/09 — Blatt 9

Abgabe: **Montag, 22.12.2008** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

(3 Punkte)

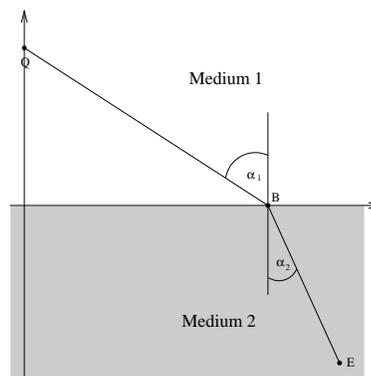
Als Konstrukteur/in einer Dosenfabrik haben Sie die Aufgabe erhalten 1-Liter-Dosen zu konstruieren. In Hinblick auf Produktion und Transport der Dosen müssen diese Zylinderform haben. Damit die Dosen nun möglichst kostengünstig hergestellt werden können, sollen Sie die Höhe und den Durchmesser bestimmen, bei denen am wenigsten Blech benötigt wird.



Aufgabe 2

(5 Punkte)

Gegeben sei folgender Versuchsaufbau (siehe Skizze): Ein Lichtstrahl wird von $Q = (0, a)$ (Quelle) über $B = (x, 0)$ (Brechungspunkt) nach $E = (L, -b)$ (Empfänger) geschickt. Die Geschwindigkeit des Lichtstrahls beträgt im ersten Medium v_1 und im zweiten Medium v_2 . Dabei seien $a, b, L, v_1, v_2 > 0$ vorgegebene Größen.



Nach dem Fermatschen Prinzip wählt das Licht denjenigen Weg, auf dem es am schnellsten von Q nach E kommt. Der Brechungspunkt B ist also dadurch bestimmt, dass die Zeit, die ein Lichtstrahl von Q über B nach E benötigt, minimal wird.

Leiten Sie hieraus das Brechungsgesetz von Snellius

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

her.

Aufgabe 3

(5 Punkte)

Berechnen Sie folgende Grenzwerte ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax) - \sin(bx)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos x)}{x - \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos(x)} - \sqrt{\cos(2x)}}{x^2}.$$

Aufgabe 4**(7 Punkte)**

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) := \arctan \frac{2x}{1-x^2}.$$

- a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist f definiert?
- b) Untersuchen Sie f auf Symmetrie, Nullstellen, lokale Extrema und Wendepunkte.
- c) Bestimmen Sie die links- und rechtsseitigen Grenzwerte von f und f' an den Stellen 1 und -1 . Wie verhält sich f für $|x| \rightarrow \infty$?
- d) Zeichnen Sie den Graph der Funktion f .

Hinweis:

Der aka-Filmclub (<http://www.aka-filmclub.de/>) präsentiert diese Woche den Film **“Wolfgang Doeblin: Ein Mathematiker wird wiederentdeckt”** am

Di 16.12.08, 19.30 Uhr, KG II, Hörsaal 2006.

Bei dieser Vorführung werden die Regisseurin, Frau Agnes Handwerk, sowie Prof. Dr. Marc Yor, Paris, anwesend sein und den Film kommentieren.