Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dr. B. Mößner

26.01.2009

Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik

WS 2008/09 — Blatt 13

Abgabe: **Montag, 02.02.2009** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren oder divergieren. Überprüfen Sie im Falle der Divergenz, ob das uneigentliche Integral gegen $+\infty$ oder $-\infty$ divergiert.

$$A := \int_0^\infty \frac{\sin x}{1+x^2}\,dx, \qquad B := \int_2^\infty \frac{\ln x}{x^2}\,dx, \qquad C := \int_1^e \frac{1}{x\ln x}\,dx,$$
$$D := \int_2^\infty \frac{x}{\sqrt{1+x^4}}\,dx, \qquad E := \int_0^1 \frac{e^x}{x}\,dx.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $a > 0$. Berechnen Sie die Länge der Kurve

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\cos^3 t \\ a\sin^3 t \end{pmatrix}$$

im Intervall $0 \le t \le 2\pi$.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Sei γ die ebene, geschlossene Kurve mit der Parameterdarstellung

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3t^2-1 \\ 3t^3-t \end{pmatrix}, \qquad -\tfrac{1}{\sqrt{3}} \le t \le \tfrac{1}{\sqrt{3}}.$$

Berechnen Sie den Flächeninhalt, der von γ umrandeten Fläche. Bestimmen Sie die maximale Krümmung von γ für $-\frac{1}{\sqrt{3}} < t < \frac{1}{\sqrt{3}}$ und berechnen Sie den Normalenvektor von γ an der Stelle, an der die maximale Krümmung angenommen wird. Berechnen Sie außerdem den Winkel α, den die Tangentialvektoren an den Stellen $t = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ bilden.