

**Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der  
Informatik**

WS 2008/09 — Blatt 14

Abgabe: **Montag, 09.02.2009** (vor der Vorlesung)

**Aufgabe 1**

**(5 Punkte)**

Bei der Rotation einer durch die Gleichung  $x^2 + (y - b)^2 = a^2$ , mit  $0 < a < b$ , bestimmten Kreisfläche um die  $x$ -Achse, wird ein sogenannter Torus erzeugt. Berechnen Sie die Oberfläche und das Volumen des Torus.

**Aufgabe 2**

**(3 Punkte)**

Berechnen Sie die uneigentlichen Integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{1}{\sin x} dx, \quad \int_0^3 \frac{1}{\sin x} dx$$

sowie

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \left( \int_{-1}^{-\epsilon} \frac{1}{\sin x} dx + \int_{\epsilon}^3 \frac{1}{\sin x} dx \right).$$

**Aufgabe 3**

**(12 Punkte)**

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf bedingte und absolute Konvergenz:

$$\begin{aligned} A &:= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{2^n}, & B &:= \sum_{n=k}^{\infty} \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} \quad \text{mit } k \in \mathbb{N} \text{ fest,} \\ C &:= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}, & D &:= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}, \\ E &:= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{n^2}, & F &:= \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-\sqrt{n}}, \\ G &:= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}, & H &:= \sum_{n=0}^{\infty} \sin(n) n^2 q^n \quad \text{mit } 0 < q < 1 \text{ fest.} \end{aligned}$$