Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dipl.-Math. L. Diening 24.1.2000

Lineare Algebra I

WS 1999/2000 — Blatt 12

Abgabe: **Montag, 31.1.2000**

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Man beschreibe die folgenden Untervektorräume des $\mathbb{R}^n$ durch unabhängige Gleichungen:

(a) $A = L((1,-1,2,4)^T, (0,3,-1,1)^T, (1,-1,2,5)^T)$ im $\mathbb{R}^4$,

(b) $B = (3,4,5)^T + L((1,1,1)^T, (2,0,1)^T)$ im $\mathbb{R}^3$.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Für die folgenden Untervektorräume U_1 und U_2 des $\mathbb{R}^4$ beschreibe man $U_1 \cap U_2$ und $U_1 + U_2$ sowohl durch Gleichungen als auch durch Parameter:

(a) $U_1 = L((1,0,-1,2)^T, (2,1,0,0)^T)$, $U_2 = L((1,1,-1,0)^T, (0,1,2,-2)^T)$,

(b) $U_1 = L((1,0,-1,2)^T, (2,1,0,0)^T)$, $U_2 = ((-1,2,2,4)^T, (-1,3,4,0)^T)$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Sei V ein endlichdimensionaler Vektorraum. Man zeige:
Ein System von Linearformen $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ is genau dann linear unabhängig, wenn es Vektoren $v_1, v_2, \ldots, v_m$ in V gibt mit $\lambda_i(v_j) = \delta_{ij}$ für alle $i, j = 1, \ldots, m$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Seien V, W endlichdimensionale Vektorräume und $f : V \to W$ eine lineare Abbildung. Sei weiterhin $U \subset V$ ein Untervektorraum von V. Man zeige:

$$\lambda \in (f(U))' \qquad \Leftrightarrow \qquad f^T(\lambda) \in U'.$$