Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dipl.-Math. L. Diening

2.11.1999

Lineare Algebra I

WS 1999/2000 — Blatt 2

Abgabe: **Montag, 08.11.1999**

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die dritte Elementarumformung *(Vertauschung zweier Zeilen)* mit Hilfe der ersten *(Multiplikation einer Zeile mit einer von Null verschiedenen Zahl)* und der zweiten Elementarumformung *(Addition eines Vielfachen einer Zeile zu einer anderen Zeile)* ausgedrückt werden kann.

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen die Äquivalenz folgender Aussagen:

(a) $A \Rightarrow B$,

(b) $(A \wedge (\neg B)) \Rightarrow (\neg A)$,

(c) $(\neg A) \vee B$.

Die Version (b) wird oft bei Widerspruchsbeweisen benutzt!

Aufgabe 3: (6 Punkte)

(a) Seien A, B und C Aussagen. Beweisen Sie:

(i) $(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$,
(ii) $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$,
(iii) $\neg(A \vee B) = (\neg A) \wedge (\neg B)$,
(iv) $\neg(A \wedge B) = (\neg A) \vee (\neg B)$.

(b) Seien A, B und C nun Mengen. Beweisen Sie:

(i) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$,
(ii) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$,

Beim Beweis von Teil (b) dürfen Sie auf Teil (a) zurückgreifen.

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Seien $A, B, X, Y \subset \mathbb{R}$. Verneinen Sie folgende Aussagen:

(a) $\forall\, x \in X :\ x^2 \leq 1$,

(b) $\forall\, x \in X \ \ \exists\, a \in A \ \ \forall\, b \in B \ :\ (x^3 + ax + b > 3)$,

(c) $\forall\, x \in X \ :\ (\,(\,|x| > 1\,) \vee (\exists\, y \in Y \ :\ |y| = |x|\,)\,)$.