Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička

Dipl.-Math. L. Diening

8.5.2000

Lineare Algebra II

SS 2000 — Blatt 2

Abgabe: **Montag, 15.5.2000** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 **(2 Punkte)**

Sei V ein n-dimensionaler euklidischer Vektorraum und $f : V^n \to \mathbb{R}$ eine multilineare, antisymmetrische Abbildung. Zeigen Sie, dass f alternierend ist.

Aufgabe 2 **(5 Punkte)**

Für $n \geq 1$ sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ definiert durch

$$A_{jk} := \begin{cases} 0 & \text{für } j = k, \\ 1 & \text{für } j \neq k. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass $\det(A) = (n-1)\cdot(-1)^{(n-1)}$ gilt.

Aufgabe 3 **(3 Punkte)**

Geben Sie Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ an, so dass

$$\det(A+B) \neq \det(A) + \det(B).$$

Aufgabe 4 **(5 Punkte)**

Sei $n \geq 2$ und f eine nicht–triviale, alternierende n-Form auf einem n-dimensionalen Vektorraum V. Seien $a_1, \dots, a_n \in V$ gegeben mit der Eigenschaft

$$f(a_1+b_1, \dots, a_n+b_n) = f(a_1, \dots, a_n) + f(b_1, \dots, b_n)$$

für alle $b_1, \dots, b_n$.
Zeigen Sie, dass hieraus schon $a_1 = \cdots = a_n = 0$ folgt.

Aufgabe 5 **(5 Punkte)**

Sei $V := \mathbb{R}^2$ und $f : V^2 \to \mathbb{R}$ eine Abbildung mit

(i) $f(ra, b) = f(a, rb) = rf(a, b)$

(ii) $f(a, b) = f(a+b, b) = f(a, a+b)$

für alle $a, b \in V$ und $r \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass f eine alternierende 2-Form ist.