Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička

Dipl.-Math. L. Diening

10.07.2000

Lineare Algebra II

SS 2000 — Blatt 10

Abgabe: **Mittwoch(!!!), 19.7.2000** (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 **(4 Punkte)**

Sei V ein euklidischer Vektorraum. Sei $F : V \to V$ ein selbstadjungierter (d.h. $\langle Fx, y\rangle = \langle x, Fy\rangle$ für alle $x, y \in V$), nilpotenter Endomorphismus.
Zeigen Sie $F = 0$.

Aufgabe 2 **(3 Punkte)**

Diagonalisieren Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe von Zeilen/Spaltenumformungen und geben Sie eine invertierbare Matrix $P \in G\ell_3(\mathbb{R})$ an, so dass $P^T \cdot A \cdot P$ diagonal ist.

Aufgabe 3 **(3 Punkte)**

Beweisen Sie:
Sei $\Phi : V \times V \to K$ eine symmetrische Bilinearform vom Rang r. Gilt Char(K)$\neq$2, so gibt es ein linear unabhängiges System von Linearformen $\lambda_1, \cdots, \lambda_r : V \to K$ und Skalare $d_i \neq 0$ mit:

$$\Phi(x, y) = \sum_{i=1}^{r} d_i \lambda_i(x) \lambda_i(y)\,.$$