Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička

Dipl.-Math. L. Diening

19.07.2000

Lineare Algebra II

SS 2000 — Blatt 11

<u>Abgabe: **Montag, 24.7.2000** (vor der Vorlesung)</u>

Aufgabe 1 **(3 Punkte)**

Überprüfen Sie, ob $A \in \mathbb{C}^{5\times 5}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 10 & -1 & 0 & 0 & 10 \\ -\frac{31}{3} & 0 & -1 & 0 & -\frac{40}{3} \\ -10 & -2 & 0 & -1 & -10 \end{pmatrix}$$

diagonalisierbar ist.

Aufgabe 2 **(2 Punkte)**

Sei $n \geq 3$ und $\varphi : V \times V \to \mathbb{R}$ eine symmetrische Bilinearform des $\mathbb{R}-$Vektorraums V. Sei

$$R := \{v \in V : \forall w \in V \text{gilt } \varphi(v,w) = 0\}.$$

(Man nennt R das *Radikal* von φ).

Sei nun $B = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ eine Basis von V und φ gegeben durch

$$\varphi\left(\sum_{j=1}^{n} \alpha_j v_j, \sum_{j=1}^{n} \beta_j v_j\right) = \left(\sum_{j=1}^{n-2} \alpha_j \beta_j\right) - \alpha_n \beta_n \text{ für alle } \alpha_j, \beta_j \in \mathbb{R}, j = 1, \cdots, n.$$

Berechnen Sie das Radikal R von φ. Welche Dimension hat R?

Aufgabe 3 **(5 Punkte)**

Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ positiv definit und sei $y \in \mathbb{R}^n$. Weiterhin sei $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$\varphi(x) := \tfrac{1}{2}\langle Ax, x\rangle - \langle y, x\rangle.$$

(a) Zeigen Sie, dass $\varphi(x)$ nach unten beschränkt ist.

(b) Berechnen Sie ein $x_0 \in \mathbb{R}^n$, so dass $\varphi(x_0)$ minimal wird. Zeigen Sie, dass es genau ein solches x_0 gibt.