

Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

SS 2009 — Blatt 3

ÜBUNGS-AUFGABEN

Abgabe: Montag, 11.05.2009, vor der Vorlesung.

Aufgabe 11.

(5 Punkte)

Die Vektoren $(1, -3, 3, 4)^T$, $(2, 1, 0, 5)^T$ und $(1, -10, 9, 7)^T$ erzeugen einen Unterraum W von \mathbb{R}^4 . Bestimmen Sie die Dimension von W . Geben Sie eine Basis von W an. Ergänzen Sie diese Basis zu einer Basis des \mathbb{R}^4 . Begründen Sie, wieso es sich dabei um eine Basis des \mathbb{R}^4 handelt.

Aufgabe 12.

(5 Punkte)

Sei V der Vektorraum der Polynomfunktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} vom Grad kleiner gleich 4. Seien $p(t) = t^3 - t^2 + 1$, $q(t) = t^3 + 3t - 2$, $r(t) = 2t^3 - 2t^2 + t - 1$ und $s(t) = 2t^3 - t^2 + t + 5$. Sei W der von p, q, r und s aufgespannte Unterraum von V . Geben Sie die Dimension von W an. Bestimmen Sie eine Basis von W , die aus Polynomen mit absteigendem Grad besteht.

Hinweis:

Identifizieren Sie ein Polynom $p(x) = \sum_{k=0}^{\text{grad}(p)} \alpha_k x^k$ ($\alpha_k \in \mathbb{R}$, $k = 0, \dots, \text{grad}(p)$) mit dem Koeffiziententupel $(\alpha_0, \dots, \alpha_k) \in \mathbb{R}^{\text{grad}(p)+1}$.

Aufgabe 13.

(4 Punkte)

a) Sei $X \subset \mathbb{R}^{3 \times 3}$ definiert durch

$$X := \{A \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : A \text{ ist symmetrisch}\}.$$

Bestimmen Sie die Dimension von X und geben Sie eine Basis von X an.

b) Sei $GL_n(\mathbb{R}) \subset \mathbb{R}^{n \times n}$ ($n \in \mathbb{N}$) definiert durch

$$GL_n(\mathbb{R}) := \{A \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid A \text{ ist invertierbar}\}.$$

Entscheiden Sie, ob $GL_n(\mathbb{R})$ ein Unterraum von $\mathbb{R}^{n \times n}$ ist und begründen Sie Ihre Entscheidung.

bitte wenden

Aufgabe 14.

(4 Punkte)

Bringen Sie das folgende Gleichungssystem auf Stufenform und geben Sie die Lösungsmenge an:

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 3 & -2 & -8 & 1 & -7 & 0 \\ -2 & 6 & 2 & 8 & 2 & 12 & 0 \\ 3 & 9 & -3 & -12 & -1 & -14 & 2 \end{array} \right).$$

Aufgabe 15.

(2 Punkte)

Nach Satz 4.5 sind die Inversen der Elementarmatrizen wieder Elementarmatrizen. Geben Sie die inversen Elementarmatrizen für elementare Zeilenumformungen des Typs 1 – 3 und die zugehörigen elementaren Zeilenumformungen an.

Hinweise:

Aktuelle Aufgabenblätter und Ankündigungen finden Sie unter

<http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/>

in der Rubrik „Lehre“ unter „Vorlesungsskripte/Übungsblätter“.