Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dr. C.–J. Heine

11.05.2009

Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

SS 2009 — Blatt 4

ÜBUNGSAUFGABEN

Abgabe: Montag, 18.05.2009, vor der Vorlesung.

Aufgabe 16. (3 Punkte)

Lösen Sie das Gleichungssystem für $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$$

für die rechten Seiten $(1, 0, 2)^T$, $(2, -1, 2)^T$ und $(3, 0, -1)^T$.

Aufgabe 17. (5 Punkte)

Seien $A, B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Inversen A^{-1} und B^{-1} und verifizieren Sie ihr Ergebnis.

Aufgabe 18. (4 Punkte)

Berechnen Sie die Determinanten von

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 7 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}.$$

bitte wenden

Aufgabe 19. (3 Punkte)

Es sei

$$V = \{\boldsymbol{x}A \mid \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{1\times 4}\} \subset \mathbb{R}^{1\times 3}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & -6 \\ 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie $\dim V$ und geben Sie eine Basis von V an.

Aufgabe 20. (5 Punkte)

Charakterisieren Sie jeweils den Unterraum $S = E_1 \cap E_2 \subseteq \mathbb{R}^4$, indem Sie $\dim S$ berechnen und eine Basis für S angeben für

a) $E_1 = \left\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4 \middle| \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}\right\}$,

$E_2 = \left\{\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4 \middle| x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \wedge 2x_1 + 5x_4 = 0\right\}$.

b) $E_1 = \left\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4 \middle| \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}\right\}$,

$E_2 = \left\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4 \middle| \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 8 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}\right\}$.

c) $E_1 = \left\{\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4 \middle| \sum_{i=1}^{4} x_i = 0\right\}$,

$E_2 = \left\{r(e, \pi, -4\arctan 1, -e)^T \middle| r \in \mathbb{R}\right\}$.

Hinweise:

Aktuelle Aufgabenblätter und Ankündigungen finden Sie unter

http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/

in der Rubrik „Lehre“ unter „Vorlesungsskripte/Übungsblätter“.