

Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

SS 2009 — Blatt 6

ÜBUNGSAUFGABEN

Abgabe: Montag, 08.06.2009, vor der Vorlesung.

Aufgabe 27.

(4 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ die folgendermaßen definierte lineare Abbildung:

$$f : (x, y, z)^T \mapsto (x - y + z, -6y + 12z, -2x + 2y - 2z)^T.$$

Berechnen Sie die Darstellungsmatrizen $M_S^S(f)$ und $M_B^B(f)$ von f bezüglich folgender Basen:

$$S = \{(1, 0, 0)^T, (0, 1, 0)^T, (0, 0, 1)^T\},$$

$$B = \{(-1, 0, 1)^T, (-1, 2, 1)^T, (-2, 0, 4)^T\}.$$

Aufgabe 28.

(4 Punkte)

$K = (\mathbf{P}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ sei ein affines Koordinatensystem des \mathbb{R}_3 . Berechnen Sie das Volumen des Tetraeders mit den Eckpunkten $\mathbf{P}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ mit $\overrightarrow{\mathbf{PA}} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{\mathbf{PB}} = \mathbf{b}$ und $\overrightarrow{\mathbf{PC}} = \mathbf{c}$. **Hinweis:** Die geometrische Interpretation der Determinante als Volumenverzerrung mag hilfreich sein.

Aufgabe 29.

(6 Punkte)

Sei

$$A := \begin{pmatrix} -1 & -4 & 6 \\ 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und die Eigenräume von A .

bitte wenden

Aufgabe 30.

(6 Punkte)

Sei $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gegeben durch

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Verwandeln Sie A durch Basiswechsel in eine Diagonalmatrix. Geben Sie die Basiswechselmatrix an.
- b) Berechnen Sie A^{2009} .

Hinweise:

Aktuelle Aufgabenblätter und Ankündigungen finden Sie unter

<http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/>

in der Rubrik „Lehre“ unter „Vorlesungsskripte/Übungsblätter“.