Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dr. C.–J. Heine

15.06.2009

Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

SS 2009 — Blatt 8

<u>ÜBUNGSAUFGABEN</u>

Abgabe: Montag, 22.06.2009, vor der Vorlesung.

Aufgabe 34. (3 Punkte)

Gegeben sei die Raumkurve $\boldsymbol{x} : [0, 4\pi] \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 2\sin\frac{t}{2} \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das begleitende Dreibein und die Krümmung von $\boldsymbol{x}$.

Aufgabe 35. (4 Punkte)

Seien $\boldsymbol{g} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ und $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$\boldsymbol{g}(s,t) = \begin{pmatrix} \sin t + \cos^2 s \\ t + s \\ t^2 \end{pmatrix}, \qquad f(a,b,c) := ab + c^b.$$

Berechnen Sie den Gradienten von $f \circ \boldsymbol{g} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

Aufgabe 36. (2+5+1 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) := \begin{cases} e^{-y^2/x}, & \text{falls } x \neq 0, \\ 1, & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

i) Zeigen Sie, dass f auf allen Geraden durch den Nullpunkt stetig ist.

ii) Untersuchen Sie f auf Stetigkeit, partielle Differenzierbarkeit und totale Differenzierbarkeit.

iii) Skizzieren Sie einige Niveauflächen von f.

bitte wenden

Aufgabe 37. (5 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$F : \mathbb{R}^{>0} \times \mathbb{R}^{>0} \to \mathbb{R} : \quad (x, y) \mapsto 12y^5 - 20xy^3 + 5x^4.$$

Sei $\Omega := F^{-1}(0) = \{(x, y) : x > 0, y > 0, F(x, y) = 0\}$ die Niveaufläche von F zum Wert 0.

a) Für welche Punkte $(x, y) \in \Omega$ lässt sich Ω in einer Umgebung von (x, y) durch eine implizite Funktion $y = g(x)$ darstellen? Berechnen Sie $g'(x)$ implizit (d.h. ausgedrückt in x und y).

b) In welchen Punkten der Kurve gilt $g'(x) = 0$? Berechnen Sie für diese Punkte $g''(x)$.

Hinweise:

Aktuelle Aufgabenblätter und Ankündigungen finden Sie unter

http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/

in der Rubrik „Lehre“ unter „Vorlesungsskripte/Übungsblätter“.