Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. M. Růžička
Dr. C.–J. Heine

22.06.2009

Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

SS 2009 — Blatt 9

ÜBUNGSAUFGABEN

Abgabe: Montag, 29.06.2009, vor der Vorlesung.

Aufgabe 38. (6 Punkte)

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto f(x, y)$ hat in Polarkoordinaten die Darstellung

$$F(r, \varphi) = f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) = r^2 \sin(4\varphi).$$

a) Berechnen Sie f_x und f_y für $(x, y) \neq (0, 0)$, ausgedrückt in r, φ.

b) Berechnen Sie die Extrema von f.

c) Ist f stetig differenzierbar an der Stelle $(x, y) = (0, 0)$?

d) Ist f zweimal stetig differenzierbar an der Stelle $(x, y) = (0, 0)$?

Aufgabe 39. (6 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto y^4 - 3xy^2 + x^3$.

a) Berechnen Sie die lokalen und globalen Extremstellen und die Sattelpunkte von f.

b) Sei Ω der Quader $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$. Parametrisieren Sie den Rand von Ω durch die Kurven $\gamma_i : [-1, 1] \to \mathbb{R}^2$ $(i = 1, \ldots, 4)$ mit

$$\gamma_1(t) = (1, t),\ \gamma_2(t) = (-1, t),\ \gamma_3(t) = (t, 1),\ \gamma_4(t) = (t, -1) \quad (t \in [-1, 1]).$$

Maximieren Sie die Funktionen $f \circ \gamma_i$ für $i = 1, \ldots, 4$.

c) Bestimmen Sie die Extremstellen von f auf Ω.

Aufgabe 40. (3 Punkte)

Entwickeln Sie die folgenden Funktionen nach der Taylorformel bis zur 2. Potenz von x, y und z:

$$(x, y, z) \mapsto z \exp(x^2 - y^2) \qquad \text{um den Punkt } (0, 2, -1).$$

bitte wenden

Aufgabe 41. (5 Punkte)

Sie fahren mit Ihrem Fahrrad mit der Geschwindigkeit v und müssen auf Zuruf möglichst schnell bremsen. Nach mehreren Versuchen mit verschiedenen Geschwindigkeiten ergeben sich folgende Bremswege W:

v [km/h]	5	8	10	13	14	23	25	33
W [m]	1,8	3	4	5,5	5,7	10	12	18

Aus diesen Daten können Sie nun angenähert Ihre Reaktionszeit r und Bremsbeschleunigung b berechnen. Wir gehen davon aus, dass Sie während Ihrer Reaktionszeit mit konstanter Geschwindigkeit weiterfahren und dann mit konstanter Beschleunigung abbremsen. Dadurch ergibt sich für den Bremsweg W die Formel:

$$W(v) = rv + \frac{v^2}{2b}.$$

Hierbei fällt auf, dass der Ausdruck $W(v)$ linear in r und $1/b$ ist. Bestimmen Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate die Werte für r und $1/b$, mit denen die Funktion W die Messwerte „am besten“ approximiert.

Hinweise:

Aktuelle Aufgabenblätter und Ankündigungen finden Sie unter

http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/

in der Rubrik „Lehre“ unter „Vorlesungsskripte/Übungsblätter“.