

Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

SS 2009 — Blatt 10

ÜBUNGS-AUFGABEN

Abgabe: Montag, 06.07.2009, vor der Vorlesung.

Aufgabe 42.

(5 Punkte)

Seien $\mathbf{f} : \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ und $\mathbf{g} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \exp(x_1 + x_2) \\ 1/x_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ 2x_1x_2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Jacobi-Matrizen $\mathcal{J}_{\mathbf{f}}$, $\mathcal{J}_{\mathbf{g}}$ und $\mathcal{J}_{\mathbf{f} \circ \mathbf{g}}$.

Aufgabe 43.

(8 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto (x^2 + y^2)^2 - 2y^2 + x^2$.

- Berechnen Sie alle stationären Punkte von f . Entscheiden Sie jeweils, ob es sich um Minimal- bzw. Maximalstellen oder um Sattelpunkte handelt.
- Bestimmen Sie die globalen Extremstellen von f auf

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

Aufgabe 44.

(3 Punkte)

Sei $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$F(x) := \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} \frac{e^{sx}}{x+s} ds.$$

Untersuchen Sie F auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit. Berechnen Sie $F'(1)$.

bitte wenden

Aufgabe 45.

(4 Punkte)

Die Wege $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2$ mit

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_1(t) &= (0, 1)^T + t(1, 1)^T, & 0 \leq t \leq 1, \\ \mathbf{w}_2(t) &= (t, t^2 + 1)^T, & 0 \leq t \leq 1,\end{aligned}$$

verbinden die Punkte $(0, 1)$ und $(1, 2)$. Berechnen Sie die Kurvenintegrale $\int_{\mathbf{w}_i} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{x}$, $i = 1, 2$, für das Vektorfeld

$$\mathbf{v}(x, y) = (x^2 - y, y^2 + x)^T.$$

Berechnen Sie $(\nabla v) - (\nabla v)^T$.**Hinweise:**

Aktuelle Aufgabenblätter und Ankündigungen finden Sie unter

<http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/>

in der Rubrik „Lehre“ unter „Vorlesungsskripte/Übungsblätter“.