

## Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

### BONUSAUFGABEN

**Abgabe: Montag, 20.07.2009, vor der Vorlesung.**

#### **Aufgabe 1.** (5 Punkte)

Berechnen Sie alle Eigenwerte deren algebraische und geometrische Vielfachheiten und die zugehörigen Eigenräume für die Matrizen

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 3 & 5 & -3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

#### **Aufgabe 2.** (5 Punkte)

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -11 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

für eine beliebige rechte Seite

$$\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)^T \in \mathbb{R}^3.$$

#### **Aufgabe 3.** (5 Punkte)

Skizzieren Sie den von

$$x(t) = \operatorname{sgn}(\cos(t)) \cos^2(t), \quad y(t) = \operatorname{sgn}(\sin(t)) \sin^2(t) \quad t \in [0, 2\pi]$$

umrandeten Bereich  $B$ . Bestimmen Sie den Flächeninhalt von  $B$ . Für  $x \in \mathbb{R}$  bezeichnet  $x \mapsto \operatorname{sgn}(x)$  dabei die „Signum“ (Vorzeichen) Funktion, d.h.  $\operatorname{sgn}(x) = 1$  für  $x \geq 0$  und  $\operatorname{sgn}(x) = -1$  für  $x < 0$ .

#### **Aufgabe 4.** (5 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sin y}, & \sin y \neq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

auf Stetigkeit in  $(0, 0)^T$ . Verifizieren Sie, dass  $f$  auf allen Geraden durch den  $\mathbf{0}$ -Punkt stetig ist.