Abteilung für Angewandte Mathematik 03.05.2006
Prof. Dr. M. Růžička, Dr. L. Diening

Partielle Differentialgleichungen

SS 2006 — Woche 2

Abgabe: Montag, den 8. Mai, vor der Vorlesung

Aufgabe 1: **10 Punkte**

Sei $1 < p < \infty$, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ein offenes Gebiet mit glattem Rand und $f \in C(\overline{\Omega})$. Sei Γ ein schönes Teilstück von $\partial\Omega$ und sei $g \in C(\Gamma)$. Für $u \in C^2(\overline{\Omega}; \mathbb{R})$ definieren wir

$$\Phi(u) := \int_\Omega |(\nabla u)(x)|^p \, dx - \int_\Omega f(x)\, u(x)\, dx - \int_\Gamma g(s)\, u(s)\, d\omega(s).$$

Berechnen Sie die erste Variation $\delta\Phi(u, h)$ für glatte Funktionen h mit $h = 0$ auf $\partial\Omega \setminus \Gamma$. Bestimmen Sie die zugehörige Differentialgleichung für den Minimierer von Φ in der Klasse der Funktionen mit $u = u_0$ auf $\partial\Omega \setminus \Gamma$, wobei $u_0 \in C(\overline{\partial\Omega \setminus \Gamma})$ gegeben ist.